

VOKABELN DER FUNKTIONEN

- 1) Funktion
- 2) Achsensymmetrie
- 3) injektiv
- 4) Variablentausch
- 5) partiell
- 6) Komposition
- 7) surjektiv
- 8) Wertebereich
- 9) bijektiv
- 10) Umkehrfunktion
- 11) total
- 12) Definitionsbereich
- 13) Abbildung
- 14) eindeutige Funktion
- 15) Punktsymmetrie
- 16) Verkettung

$$\lambda = \{ (x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y + 16 = x^2 - 6x \}$$

a) Begründen Sie, dass λ eine Funktion ist und geben alle Eigenschaften an.

$$y = x^2 - 6x - 16$$

$$f(x) = y_1 \quad \wedge \quad f(x) = y_2 \quad \Rightarrow \quad y_1 = y_2$$

$$x^2 - 6x - 16 = (x-3)^2 - 9 - 16 = (x-3)^2 - 25 = y$$

$$(x-3)^2 - 25 = y \quad | +25$$

$$(x-3)^2 = y + 25 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x-3 = \pm \sqrt{y+25} \quad | +3$$

$$x = 3 \pm \sqrt{y+25} \quad \Rightarrow \text{Umkehrfunktion}$$

$$f(x) = \frac{1}{1} \quad \wedge \quad f(x) = \frac{1}{2}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{\frac{1}{1} + 25} \quad \wedge \quad x = 3 \pm \sqrt{\frac{1}{2} + 25}$$

$$3 \pm \sqrt{\frac{1}{1} + 25} = 3 \pm \sqrt{\frac{1}{2} + 25} \quad | -3$$

$$\pm \sqrt{\frac{1}{1} + 25} = \pm \sqrt{\frac{1}{2} + 25} \quad | \uparrow^2$$

$$\frac{1}{1} + 25 = \frac{1}{2} + 25 \quad | -25$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{2}$$

\Rightarrow rechtseindeutig

λ ist eine Funktion

injektiv:

$$f(x_1) = y \wedge f(x_2) = y \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$f(x) = (x-3)^2 - 25$$

$$(x_1-3)^2 - 25 = (x_2-3)^2 - 25 \quad | +25$$

$$(x_1-3)^2 = (x_2-3)^2$$

$$x_1 = 4 \quad ; \quad x_2 = 2$$

$$1^2 = 1 \quad = \quad (-1)^2 = 1$$

\Rightarrow nicht injektiv

$$\Rightarrow f(4) = -24 \quad \wedge \quad f(2) = -24 \quad \Rightarrow 4 \leftrightarrow 2$$

$$f(x) = (x-3)^2 - 25 \quad S(3 \mid -25)$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad ; \quad \mathbb{W} = \mathbb{R}^{\geq -25}$$

$\Rightarrow \lambda$: totale Funktion

5) Machen Sie λ bijektiv und surjektiv.
d.h. Umkehrfunktion

$$\lambda = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^{\geq 3} \times \mathbb{R}^{\geq -25} \mid \right. \\ \left. y = (x-3)^2 - 25 \right\}$$

\Rightarrow bijektiv

$$f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+25} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}^{\geq -25} \\ \mathbb{W} = \mathbb{R}^{\geq 3}$$

