Mathe-Party StudiumPlus

INHALT

- Mengenlehre
- Komplexe Zahlen
- Intergalrechnung
- Doppelintegrale
- Partielle Differentiation
- Differentialgleichung 1. Ordnung

VORSPEISE

Mengenlehre

1) Gegeben sei die Menge A mit allen Natürlichen Zahlen zwischen 4 und 14, die durch drei teilbar sind und die Menge $B = \{7; 9; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$.
Geben Sie die Lösungsmenge auf je 2 Varianten an (2xAufzählung und 2xEigenschaften).

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \backslash B$ d) $A \backslash B$

2) Gegeben sei die Menge $A = \{1; \{2; 3; 4\}; \{5\}; \{\{6\}; 7\}; 8\}$.
Bei welchen der gegebenen Zerlegungen handelt es sich um eine Klasseneinteilung?

a) $X = \{\{1; \{5\}; \{8\}\}; \{\{2; 3; 4; 7\}\}; \{\{5\}\}\}$
b) $Y = \{\{\{5\}; \{2; 3; 4\}\}; \{\{6\}; 7\}; \{8; 1\}\}$
c) $Z = \{\{1; 7; 8\}; \{\{2; 3; 4\}\}; \{\{5\}\}; \{\{6\}\}\}$

3) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck und geben Sie die angewandten Gesetze an.

$$\left(x \vee \left(\overline{y \wedge x}\right)\right) \wedge \left((z \vee x) \vee (\bar{x} \vee z)\right)$$

Komplexe Zahlen

4) Fassen Sie die Ausdrücke zusammen und geben die Lösung in der Form $z = a + bi$ an.

a) $(2 - i)^3 \cdot (2i^2)^3$ b) $z = \frac{3i-2}{2+i} + \frac{3i}{2+3i}$ c) $z = \frac{(2i)^5 \cdot (i + 0{,}5)}{4(2i+1)^2} + \frac{(4 - 2i^3)^2}{(i^2 + 2i)}$

5) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden komplexen Gleichung und geben die Lösung in der kartesischen und exponentiellen Form an.

$$z^3 + (1 - 2i) \cdot z^2 - (i + 1) \cdot z = 0$$

Integralrechnung

6) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral bzw. die Fläche, die zwischen den gegebenen Funktionen liegt.

$$\int_{-1}^{2} (x^3 + 4x^2 + x - 6)dx$$

7) Berechnen Sie die Stammfunktion zu dem folgenden unbestimmten Integral.

$$\int (\sin(3x) \cdot 2x^2)dx$$

8) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral bzw. die Fläche, die zwischen den gegebenen Funktionen liegt.

$$f(x) = x^2 - x - 12 \quad und \quad g(x) = 2x - 2$$

Doppelintegrale:

9) Berechnen Sie das Integral $\iint xy\,dy\,dx$ für $0 < x < 1 \wedge x^2 < y < x$.

10) Bestimmen Sie das Integral $\int_{y=0}^{2} \int_{x=0}^{1} (x^2 + 2xy + y^3)dx\,dy$

11) Ein Flächenstück wird durch die Kurven $x = 0, y = 2x$ und $y = \frac{1}{a} \cdot x^2 + a; a > 0$ beschrieben. Berechnen Sie den Flächeninhalt.

Partielle Differentiation:

12) Bestimmen Sie alle partielle Ableitungen erster Ordnung der gegebenen Funktionen

$$z = f(x, y) = \frac{(x^2 - y + 1)^2}{e^{x+y}}$$

13) Bestimmen Sie die Nullstellen der partiellen Ableitung 1. Ordnung.

$$z = f(x, y) = 3x^2 - 4xy + 2y^2 - 24x + 20y - 5$$

14) Erstellen Sie die homogene Differentialgleichung 3. Ordnung in Kombination mit der Gleichung der 2. Ordnung

$$x(t) = \frac{1}{4}e^{1-2t} - 2t$$

Differentialgleichung 1. Ordnung:

15) Bestimmen Sie die Lösung der DGL 1. Ordnung mittels Trennung der Variablen

$$y' = -(y + 1) \cdot cot(x), y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

16) Bestimmen Sie die Lösung der DGL 1. Ordnung durch Substitution $\left(TYP\ II: y' = f\left(\frac{x}{y}\right)\right)$

$$2xyy' - x^2 = y^2$$

17) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung durch Variation der Konstanten.

$$y' + 2y = x \cdot (1 + e^{2x})$$

HAUPTSPEISE

Mengenlehre

18) Gegeben sei die Menge A mit allen Ganzen Zahlen zwischen -3 und 7, die durch 2 teilbar sind und die Menge $B = \{-1;2;3;5;7;8;9\}$.
Geben Sie die Lösungsmenge auf je 2 Varianten an (2xAufzählung und 2xEigenschaften).

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) A / B d) B / A

19) Gegeben sei die Menge $A = \{T, O, R\}$.
Geben Sie die zugehörige Potenzmenge $P(A)$ an und geben an, welche der gegebenen Aussagen wahr bzw. falsch sind?

a) $ROT \in P(A)$ b) $\{\ \} \subset P(A)$ c) $\{\{TR\}\} \subset P(A)$
d) $\{T\} \in P(A)$ e) $R \subset P(A)$ f) $\{\{TOR\}\} \in P(A)$
g) $\{TO\} \subset P(A)$ h) $\{\ \} \in P(A)$ i) $\{\{\ \}\} \subset P(A)$

20) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck und geben Sie die angewandten Gesetze an.

$$A \cap (\overline{\overline{B} \cap A}) \cup (\overline{\overline{A} \cup B}) \cup (A \cap B)$$

Komplexe Zahlen

21) Fassen Sie die Ausdrücke zusammen und geben die Lösung in der Form $z = a + bi$ an.

b) $\left[(3-i)\cdot(6+2i)^2\right]^3 \cdot \left(\frac{1}{2}i^3\right)^2$ b) $z = \frac{4i-3}{i+1} : \frac{2i+1}{-3i}$ c) $z = \left(\frac{2i-3}{i+1} + (2i-3)^2\right)^2$

22) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden komplexen Gleichung und geben die Lösung in der kartesischen und exponentiellen Form an.

$$2z^2 + (4-8i)\cdot z = (24-8i)$$

Integralrechnung

23) Berechnen Sie die Stammfunktion zu dem folgenden unbestimmten Integral.

$$\int \frac{3 \cdot \ln(x^2)}{4 \cdot x}$$

24) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral bzw. die Fläche, die zwischen den gegebenen Funktionen liegt.

$$\int_0^5 (x^3 - 19x + 30)dx$$

25) Berechnen Sie die Stammfunktion zu dem folgenden Integral $\int (e^{-2x} \cdot \cos(x))dx$.

Doppelintegrale:

26) Berechnen Sie das Integral in den folgenden Bereichen: $2 < x < 3 \ \wedge x < y < x^2$ mit

$$\iint (x + 2y)\, dy\, dx$$

27) Bestimmen Sie das Integral $\int\limits_{y=0}^{1} \int\limits_{x=-2}^{1} (x^2 + y^2) dx\, dy$

28) Berechnen Sie die von den Kurven $y = x, y = \frac{1}{x}$, y = 0 und x = 10 eingeschlossene Fläche.

Partielle Differentiation:

29) Bestimmen Sie alle partielle Ableitungen erster Ordnung der gegebenen Funktionen

$$z = f(x, y) = \sqrt{3x \cdot sin(4x - 3y) + 2y^4}$$

30) Bestimmen Sie die Nullstellen der partiellen Ableitung 1. Ordnung.

$$z = f(x, y) = x^3y - 3xy + y^2 + 1$$

31) Erstellen Sie eine implizite Form der Differentialgleichung 4. Ordnung.

$$y(x) = 4 \cdot cos(2 - x) + 12$$

Differentialgleichung 1. Ordnung:

32) Bestimmen Sie die Lösung der DGL 1. Ordnung mittels Trennung der Variablen

$$2xy + (1 + x^2) \cdot y' = 0, \qquad y(1) = 10$$

33) Bestimmen Sie durch Substitution $\left(TYP\ I: y = f(ax + by + c)\right)$ die Lösung zu:

$$y' = \frac{2}{2x + y + 1}$$

34) Bestimmen Sie die Lösung der DGL durch Aufsuchen einer partikulären Lösung.

$$y' + y = 4 \cdot e^x \cdot sin(2x)$$

NACHSPEISE

Mengenlehre

35) Gegeben sei die Menge A mit allen Natürlichen Zahlen kleiner gleich 36, die durch vier teilbar sind und die Menge $B = \{32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40\}$.
Geben Sie die Lösungsmenge auf je 2 Varianten an (2xAufzählung und 2xEigenschaften).

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \backslash B$ d) $A \backslash B$

36) Gegeben sei die Menge $A = \{a; \{b; c\}; \{d\}; \{\{e\}; f\}; g; h\}$.
Welchen der gegebenen Aussagen bzgl. Element bzw. Teilmenge sind wahr?

a) $a; g; d \in A$ b) $\{\{b; c\}\}; \{g; h\} \subset A$ c) $\{b; c; d\} \in A$
d) $\{\ \}; \{\{d\}\} \subset A$ e) $\{\{e\}; f\} \in A$ f) $\{a; g; \{f; \{e\}\}\}; \{d\} \subset A$
g) $\{\ \}; h \in A$ h) $\{\{d; f; c\}\} \subset A$ i) $g; \{d\} \in A$

37) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck und geben Sie die angewandten Gesetze an.

$$X \cup \left((Y \cap 1) \cup \overline{X}\right) \cap \left(\overline{Y \cup \overline{Y}} \cap \overline{X}\right)$$

Komplexe Zahlen

38) Fassen Sie die Ausdrücke zusammen und geben die Lösung in der Form $z = a + bi$ an.

a) $6i \cdot \left[2i - 4\left(3i + 2 \cdot (3 - 2i)^2\right) - 3i \cdot (4 - i)^2\right]$ b) $\frac{2i - 5}{3 - 1} \cdot \frac{6 + 2i}{3 - 2i}$ c) $\frac{(2i - 1)^4}{3 + 2i} - 4i^3 \cdot (1 - 2i)^3$

39) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden komplexen Gleichung und geben die Lösung in der kartesischen und exponentiellen Form an.

$$z^4 + (4 - 6i) \cdot z^3 - (12i - 21) \cdot z^2 = 0$$

Integralrechnung

40) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral bzw. die Fläche, die zwischen den gegebenen Funktionen liegt.

$$\int_0^3 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6)dx$$

41) Berechnen Sie die Stammfunktion zu dem folgenden Integral $\int \left(\frac{2x^2}{3} \cdot \sqrt{e^{3x}}\right) dx$

42) Bestimmen Sie die Grenze des Integrals. $\int_1^z \sqrt{2x - 1}\, dx = 8\frac{2}{3}$

Doppelintegrale:

43) Berechnen Sie das Integral in den folgenden Bereichen: $0 < x < 1 \ \wedge 0 < y < x^2 - 1$ mit

$$\iint (x + y)\, dy\, dx$$

44) Bestimmen Sie das Integral $\int\limits_{y=0}^{2} \int\limits_{x=0}^{1} (y^2 e^{x+2}) dx\, dy$

45) Berechnen Sie das Volumen des Körpers der durch die Grundflächenfunktionen $y = x^2$ und $y = x + 2$ und die 3D-Funktion $z = f(x, y) = x \cdot (y^2 - 1)$

Partielle Differentiation:

46) Bestimmen Sie alle partielle Ableitungen erster Ordnung der gegebenen Funktionen

$$z = f(x, y) = 2x^2 y \cdot ln\left(2y - \frac{1}{x}\right)$$

47) Bestimmen Sie die Extremstellen zu der gegebenen Funktion.

$$z = f(x, y) = (y^2 - x^2) \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot(x^2+y^2)}$$

48) Erstellen Sie eine explizite Form der Differentialgleichung 5. Ordnung, in der sie mind. Zwei weiter Funktionen unterbringen.

$$x(t) = 1 - 8 \cdot e^{5-0,5t}$$

Differentialgleichung 1. Ordnung:

49) Bestimmen Sie die Lösung der DGL 1. Ordnung mittels Trennung der Variablen

$$y' = 1 - y^2, y(0) = 0$$

50) Bestimmen Sie die Lösung der DGL 1. Ordnung durch Substitution $\left(TYP\ II: y' = f\left(\frac{x}{y}\right)\right)$

$$xy' = y \cdot (ln(x) - ln(y) + 1)$$

51) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung durch Variation der Konstanten.

$$y' + \frac{y}{x + 1} = e^{-x}$$