

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK (DM B.SC.), BLATT 1

1. Seien A, B, C Aussagenvariablen. Erstellen Sie die Wahrheitstabeln folgender Ausdrücke und treffen Sie eine begründete Aussage zu deren logischer Äquivalenz:

- a) $A \Rightarrow B$ und $\neg A \vee B$
 b) $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ und $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$
 c) $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ und $(A \wedge B) \Rightarrow C$
 d) A und $\neg A \Rightarrow (B \wedge \neg B)$ (indirekter Beweis)

2. Formulieren Sie die Aussage $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b, c \in \mathbb{Z} : a = 5b + 9c$ in deutscher Sprache. Welchen Wahrheitswert hat die Aussage (Begründung)? Negieren Sie die Aussage (formal).

3. Gegeben sei die Menge $M = \{1, \{2, 3\}, 4\}$.

- a) Geben Sie die Elemente von M an.
 b) Bestimmen Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$.
 c) Bilden Sie die kartesischen Produkte $M^2 = M \times M$ und $M \times \mathcal{P}(M)$.
 d) Bestimmen Sie die Wahrheitswerte folgender Aussagen:
 $\{1\} \in A$, $\{2, 3\} \subseteq A$, $\{2, 3\} \in A$, $\{1, \{2, 3\}\} \subseteq A$, $\emptyset \in A$, $\emptyset \subseteq A$.

4. Bestimmen Sie die Wahrheitswerte folgender Aussagen:

- a) $\exists a, b, c \in \mathbb{IN} : a^2 + b^2 = c^2$
 b) $\forall a, b \in \mathbb{Z} : (a + b)^2 = a^2 + b^2$
 c) Die Exponentialfunktion $f(x) = 2^x$ hat die Eigenschaft:
 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{IR}$.

Hinweis: Bei einer falschen Aussage ist ein Gegenbeispiel anzugeben.
 Wahre Existenzaussagen müssen mind. einmal erfüllt sein.